

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

## **МАТЕМАТИКА**

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Москва 2011

ББК 22.1я729  
М34

МАТЕМАТИКА  
Программа вступительных экзаменов

Составители:

*Е.Е. Тимонина*  
*А.И. Верченко*  
*Э.А. Применко*

Ответственный редактор *А.А. Грушо*

Программа утверждена  
на заседании предметной комиссии РГГУ

© Российский государственный  
гуманитарный университет, 2011

## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Абитуриентам вступительные экзамены по математике предлагаются в письменной форме в виде теста.

Данное издание содержит характеристику и описание процедур письменного экзамена по математике, программу по математике, оценки результатов экзамена.

Цель данных методических указаний – помочь абитуриентам подготовиться к вступительным экзаменам по математике и ознакомить их с основными требованиями, предъявляемыми на этих экзаменах.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

## ХАРАКТЕРИСТИКА ЭКЗАМЕНА

На экзамене абитуриенту предлагается вариант тестового задания для письменной работы. Все тесты имеют приблизительно одинаковую сложность и составлены так, чтобы максимально проверить уровень подготовки абитуриента к поступлению в РГГУ.

В письменной работе абитуриент должен показать:

- четкое знание математических понятий, фактов, формул и теорем, предусмотренных программой;
- уверенное владение проведением строгих математических рассуждений и навыками решения задач, предусмотренными программой.

Программа отражает две группы требований. Первая из них представляет собой перечень основных математических понятий, фактов, формул и теорем, а во второй перечислены основные требования к математической культуре, которой должен владеть абитуриент.

Ввиду разнообразия имеющихся учебников и учебных пособий, в некоторых из них отдельные положения программы могут называться иначе, формулироваться в виде задач, либо вообще отсутствовать. Это, однако, не освобождает абитуриента от необходимости знать эти положения.

Продолжительность экзамена – 3 астрономических часа (180 минут). Категорически запрещено использование калькуляторов, магнитофонов, пейджеров, радиотелефонов и другой электронной техники. На экзамене не разрешается пользоваться справочниками и другой какой-либо вспомогательной литературой или материалами.

## ПРОЦЕДУРА ЭКЗАМЕНА

Перед началом экзамена абитуриентам раздаются специальные листы для черновика и бланки ответов. Письменная работа пишется только на листах для черновика, и ответы заносятся в бланки ответов. Категорически запрещается использовать титульный лист для записей решений задач, а также писать свою фамилию на листах, отличных от титульного листа.

После того, как листы и бланки розданы, экзаменатор проводит инструктаж и отвечает на вопросы абитуриентов. Затем он раздает тестовые задания. С этого момента экзамен считается начавшимся. Напоминаем, что

ровно через 3 астрономических часа (180 минут) все абитуриенты обязаны сдать письменные работы, даже, если не успели закончить работу.

Тестовые задания в 2009 году включали 20 задач. 10 задач имели по 5 вариантов ответа. Абитуриент должен был решить задачу на черновике, выбрать правильный номер ответа и проставить его в бланке ответов в соответствующей графе. 10 задач не имели вариантов ответов, но предполагали в качестве ответа целое число, которое и заносилось в бланк ответов в соответствующую графу.

## **ПРОВЕРКА ПИСЬМЕННЫХ РАБОТ** **И ОЗНАКОМЛЕНИЕ АБИТУРИЕНТОВ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАБОТЫ**

Проверка письменной работы по математике происходит автоматически. Письменная работа оценивается в 100 баллов.

После объявления оценки абитуриент имеет право – в установленное приемной комиссией время – ознакомиться с итогами проверки своей работы, то есть посмотреть проверенную работу и получить соответствующие пояснения у экзаменаторов.

**ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ, ФАКТЫ, ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ, АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА**

Понятие множества, равенство множеств. Операции объединения, пересечения и разности множеств. Перечисление элементов в простейших конечных множествах.

Натуральные числа ( $\mathbf{N}$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа ( $\mathbf{Z}$ ). Рациональные числа ( $\mathbf{Q}$ ). Сумма, разность, произведение, частное. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа ( $\mathbf{R}$ ), их представление в виде десятичных дробей. Сравнение действительных чисел. Свойства числовых неравенств. Примеры иррациональных чисел.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы и их свойства.

Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корни многочлена. Разложение многочлена на множители.

Определение функции, аргумент функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность, нечетность.

Определения, графики и основные свойства элементарных функций:

- линейной  $y = ax + b$ ;
- квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ ;
- степенной  $y = ax^n, n \in \mathbf{N}$ ;
- обратной пропорциональности (гиперболы)  $y = k/x$ ;
- дробно-линейной  $y = (ax + b)/(cx + d)$ ;
- показательной  $y = a^x, a > 0$ ;
- логарифмической  $y = \log_a x$ ;
- модуля  $y = |x|$ ;

- тригонометрических функций  $y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$ ;
- обратных тригонометрических функций  
 $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x$ ;
- арифметического корня  $y = \sqrt{x}$ .

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Уравнение. Решения (корни) уравнения. Понятие о равносильных (эквивалентных) уравнениях. Формулы корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Решения простейших тригонометрических уравнений  
 $y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$ .

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных (эквивалентных) неравенствах.

Системы уравнений и неравенств. Решения систем.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -ого члена и суммы первых  $n$  членов прогрессии. Среднее арифметическое и среднее геометрическое, соотношение между ними.

Синус, косинус, тангенс и котангенс суммы и разности двух аргументов, двойного и половинного аргумента. Формулы приведения. Преобразование в произведение сумм  $\sin a \pm \sin b; \cos a \pm \cos b; \operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} b; \operatorname{ctg} a \pm \operatorname{ctg} b$  и произведений  $\cos a \cdot \cos b; \sin a \cdot \sin b; \sin a \cdot \cos b$  в суммы.

Понятие производной, ее геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции.

Производные функций:

$$y = x^a, a \in R; y = a^x, a > 0; y = \log_a x; y = \cos x; y = \sin x; y = \operatorname{tg} x; y = \operatorname{ctg} x.$$

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функций на отрезке.

## ГЕОМЕТРИЯ

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых.

Примеры преобразований фигур на плоскости, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Признаки подобия треугольников.

Векторы. Сумма и разность векторов. Произведение вектора и действительного числа. Расстояние между двумя точками на координатной плоскости.

Треугольник. Соотношения между сторонами треугольника. Медиана, биссектриса, высота. Сумма углов треугольника. Внешний угол. Средняя линия. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема синусов, теорема косинусов. Свойства равнобедренного треугольника. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка. Свойство биссектрисы угла. Соотношение отрезков, на которые биссектриса делит противоположную сторону. Формулы площади треугольника.

Четырехугольники: параллелограмм, трапеция. Признаки параллелограмма, свойства параллелограмма, свойства трапеции. Формулы площади прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Многоугольник. Его вершины, стороны, диагонали. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Окружность и круг. Уравнение окружности. Центр, хорда, диаметр, радиус. Дуга окружности. Сектор. Сегмент. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Длина окружности и длина дуги окружности. Центральные и вписанные углы, их измерения. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Окружность, описанная около четырехугольника. Радианная мера угла. Площадь круга, сектора сегмента.

Касательная к окружности и ее свойства. Равенство касательных, проведенных из одной точки. Равенство квадрата касательной произведению секущей и ее внешней части.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Признак параллельности плоскостей.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Общий перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым. Признак параллельности прямой и плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Параллелепипед. Призма. Пирамида. Формулы площади поверхности и объема параллелепипеда, призмы, пирамиды.

Цилиндр. Конус. Формулы площади поверхности и объема цилиндра, конуса.

Сфера. Шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Формулы объема шара и площади сферы.

## ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

*Экзаменующийся должен уметь:*

Производить без калькулятора арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; сравнивать числа.

Проводить тождественные преобразования числовых выражений и выражений с переменными.

Задавать области определения и области значений функций. Перечислять элементы в конечных множествах.

Строить на координатной плоскости графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, гиперболической, логарифмической и тригонометрических функций, а также множества точек, заданные уравнениями и неравенствами.

Решать уравнения и неравенства первой и второй степени и приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, а также уравнения и неравенства с параметрами.

Решать задачи на составление уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств.

Изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости.

Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.

Производить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

Доказывать математические утверждения. Опровергать неправильные математические утверждения. Различать необходимые и достаточные условия в математических утверждениях.

Излагать и оформлять решения логически правильно и последовательно, с необходимыми пояснениями каждого этапа.

## ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ИЗ ТЕСТОВЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ

Институт информационных наук и технологий безопасности,  
Институт лингвистики

### Задания группы А.

1. Найти числовое значение следующего выражения  $\cos \frac{5\pi}{12}$ .

1) $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}+1)$	2) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$	3) $\frac{\sqrt{6}}{4}$	4) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$	5) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}+1)$
-------------------------------------	--	-------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

2. Найти максимальное целое число, удовлетворяющее неравенству  $\sqrt{-x+2} < -x$ .

1) 0	2) -2	3) 1	4) -1	5) -3
------	-------	------	-------	-------

3. Найти максимальное целое значение параметра  $a$ , при котором уравнение  $\frac{|x+3|(x-3)}{a-3} = 1$  имеет два решения.

1) -8	2) 12	3) 2	4) -6	5) 4
-------	-------	------	-------	------

4. Середина промежутка, который является решением неравенства  $\log_{\frac{1}{3}}(\log_2(12-x)) > -2$ , равна:

1) 7,5	2) 7	3) -244,5	4) -255,5	5) 255,5
--------	------	-----------	-----------	----------

5. Вычислить  $\sin^3 x + \cos^3 x$ , если известно, что  $\sin x + \cos x = 0,6$ .

1) 0,792	2) -0,792	3) 0,216	4) -0,408	5) 0,984
----------	-----------	----------	-----------	----------

### Задания группы В.

1. Найти сумму корней уравнения  $|x+3|(\sqrt{2-x}+x) = 0$ .

2. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, делит прямой угол в отношении 1:2 и равна  $\sqrt{7}$ . Найти модуль разности квадратов катетов этого треугольника.

3. Найти наибольшее целое число, принадлежащее промежутку, на котором функция  $f(x) = 9|x-1,5| - 4x + |3x - |x+a||$  убывает.

4. Найдите количество тех цифр, которыми можно заменить звездочку в числе  $1234*5$ , чтобы полученное число делилось на 15.
5. Найти расстояние  $d$  от начала координат до прямой  $3x - 4y - 20 = 0$ .

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ

- Выгодский М.Я.* Справочник по элементарной математике. М.: АСТ: Астрель, 2006. – 509 с.
- Математика. Пособие для поступающих в РГГУ на факультет защиты информации и факультет информатики / Отв. ред. А.А. Грушо. М.: РГГУ, 2007. 27 с.
- Ткачук В.В.* Математика – абитуриенту. М.: МЦНМО, 2006. – 1024 с.

*Учебное издание*

# МАТЕМАТИКА

Программа вступительного экзамена

Уч-изд. л. 0,9.